1 空間の3つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$に対して，$|\vec{a}|=6$，$|\vec{c}|=1$，$\vec{a}$と$\vec{b}$のなす角は60°，また，$\vec{a}$と$\vec{c}$，$\vec{b}$と$\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$と$2\vec{a}-5\vec{b}$のなす角は，いずれも90°である。このとき，$|\vec{b}|$，$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$を求めよ。

解答　$|\vec{b}|=3$，$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=8$

2 四面体OABCにおいて，OA⊥BC，OB⊥CAであるとき，次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$OA^2+BC^2=OB^2+CA^2=OC^2+AB^2$$

解答　略

3 4点A(1，−1，−1)，B(2，2，3)，C(−1，−2，4)，D(3，−3，1)がある。線分AB，AC，ADを3辺とする平行六面体の他の頂点の座標を求めよ。

解答　(0，1，8)，(4，0，5)，(1，−4，6)，(2，−1，10)

4 次の2点A，Bを通る直線の媒介変数表示を，媒介変数をtとして求めよ。

(1)　A(−2，1，−1)，B(1，3，2)　　(2)　A(0，1，2)，B(1，2，−1)

解答　(1)　$x=-2+3t$，$y=1+2t$，$z=-1+3t$　　(2)　$x=t$，$y=1+t$，$z=2-3t$

5 点P(3，−1，4)から，2点A(0，−2，−3)，B(8，4，7)を通る直線に垂線PHを下ろす。このとき，点Hの座標と線分PHの長さを求めよ。

解答　H(4，1，2)，PH$=3$

6 $\vec{a}=(1,\ 2,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2,\ 1)$，$\vec{c}=(-1,\ 6,\ x)$，$\vec{d}=(l,\ m,\ n)$とする。
$\vec{d}$は$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$のどれにも垂直な単位ベクトルで，$lmn>0$である。

(1)　mの値を求めよ。　(2)　xの値を求めよ。　(3)　$\vec{c}$を$\vec{a}$と$\vec{b}$を用いて表せ。

解答　(1)　$m=\dfrac{1}{\sqrt{21}}$　　(2)　$x=-1$　　(3)　$\vec{c}=\vec{a}+2\vec{b}$

7 四面体OABCにおいて，OA$=1$，OB$=2$，OC$=3$，∠AOB$=$∠BOC$=$∠COA$=60°$とし，三角形ABCの重心をGとする。次の問いに答えよ。

(1)　内積$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OG}$を求めよ。

(2)　∠AOG$=\theta$とおくとき，$\cos\theta$の値を求めよ。

解答　(1)　$\dfrac{7}{6}$　　(2)　$\dfrac{7}{10}$

8 四面体OABCにおいて，辺ACの中点をP，線分PBの中点をQとし，線分CQの延長と辺ABとの交点をRとする。

(1)　$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とするとき，$\overrightarrow{OQ}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表せ。

(2)　AR：RBおよびCQ：QRを求めよ。

(3)　四面体OBQRと四面体OCPQの体積の比を求めよ。

解答　(1)　$\overrightarrow{OQ}=\dfrac{1}{4}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$　　(2)　AR：RB$=2:1$，CQ：QR$=3:1$

(3)　四面体OBQR：四面体OCPQ$=1:3$

9 2点A(0，0，0)，B(3，0，0)からの距離の比がAP：BP$=2:1$である点Pの軌跡を求めよ。

解答　球面 $(x-4)^2+y^2+z^2=4$

10 四面体OABCにおいて，∠AOB$=$∠AOC$=60°$，∠BOC$=90°$，OA$=1$とする。
頂点Oから平面ABCに下ろした垂線が，△ABCの重心Gを通るとき，辺OB，OCの長さをそれぞれ求めよ。

解答　OB$=$OC$=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

11 AB$=2$，AD$=\sqrt{3}$，AE$=1$である直方体ABCD−EFGHがあり，辺ABの中点をMとする。点Pが辺CD上を動くとき，内積$\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{PM}$の最小値を求めよ。また，そのときの点Pの位置を求めよ。

解答　点Pが辺CDを1：3に内分する点のとき最小値$\dfrac{11}{4}$

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)