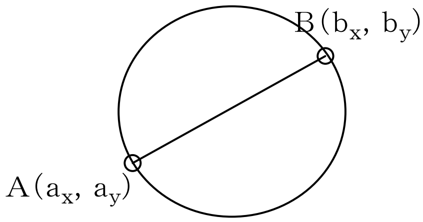
授業補充②　2点を直径とする円の方程式　　5／20

2点　$A(a_x, a_y)$　　$B(b_x, b_y)$

を直径の両端とする円の方程式は

1)　A, Bの中点をもとめる－－－円の中心

2)　ABの距離の半分－－－－－－円の半径



という手順で円の基本形を求めるのが定石だが次のような便利な公式もある。

公式

ABを直径とする円の方程式は
公式　$(x-a_x)(x-b_x)+(y-a_y)(y-b_y)=0$　　. . . . ①

を使って一発で求めることもできる。

ただし、続く問題で中心や円の半径が必要になるような場合は前のやり方で求めたほうが最終的には便利である。

例えば次の問題などでは　①が重宝される

問　$A(-\sqrt{2}, 1)$　$B(\sqrt{5}, \sqrt{7})$の円の方程式を　一般形

$x^2+y^2+lx+my+n=0$　の形で求めよ。

解)　公式①より

$(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{5})+(y-1)(y-\sqrt{7})=0$　展開して整理すると

$x^2+y^2-(\sqrt{5}-\sqrt{2})x-(\sqrt{7}+1)y-(\sqrt{10}-\sqrt{7})=0$

このように、係数が計算しにくい数値の場合に威力を発揮する。

ちなみに、この公式自体は次の事から導かれる

○　直径上の円周角は直角である。

この条件を右の直線　ℓ_1 ℓ_2　に適用すると　ℓ_1とℓ_2の傾き　m_1　m_2

の直交条件より　$m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = \dfrac{y-a_y}{x-a_x}$　　$m_2 = \dfrac{y-b_y}{x-b_x}$　より

$m_1 \cdot m_2 = \dfrac{y-a_y}{x-a_x} \cdot \dfrac{y-b_y}{x-b_x} = -1$

この分母を払えば求める方程式である。